

Un paradosso statistico: l'effetto Will Rogers

Leonardo Grilli

La statistica è ricca di insidie anche nelle situazioni apparentemente più semplici, come testimoniato dal noto paradosso di Simpson (Malinas e Bigelow 2012), secondo il quale, ad esempio, la relazione tra due caratteri può essere negativa se studiata a livello di popolazione, ma positiva se analizzata separatamente in alcuni sottoinsiemi. Un famoso caso riguarda l'accusa di discriminazione sessuale nei confronti dell'università di Berkeley, motivata dal fatto che il tasso di ammissione delle femmine era sostanzialmente inferiore a quello dei maschi. L'analisi dei dati ha mostrato che l'accusa era palesemente infondata: infatti, considerando i tassi di ammissione per dipartimento, la situazione era rovesciata poiché nella maggior parte dei dipartimenti le femmine facevano registrare un tasso di ammissione più elevato (Bickel et al. 1975).

La differenza tra un'analisi per l'intera popolazione e un'analisi gruppo per gruppo può generare un altro paradosso, meno noto nella letteratura statistica, il cosiddetto effetto Will Rogers o effetto *stage migration* (Feinstein et al. 1985). Consideriamo il fenomeno nel caso più semplice, ovvero un singolo carattere misurato in una popolazione divisa in due gruppi. In caso di migrazione di un insieme di individui da un gruppo all'altro, la media della popolazione rimane ovviamente invariata, mentre le medie dei due gruppi in generale cambiano: intuitivamente ci aspettiamo che la media di un gruppo aumenti e la media dell'altro gruppo diminuisca, ma è anche possibile che le medie crescano in entrambi i gruppi. Questo fenomeno è alla base di una famosa battuta del commediografo americano Will Rogers a proposito della migrazione degli Okies durante gli anni 30 del Novecento: "Quando gli Okies hanno lasciato l'Oklahoma per trasferirsi in California, il livello di intelligenza medio è aumentato in entrambi gli stati" (in California il termine Okies veniva usato per indicare gli immigrati provenienti dall'Oklahoma, generalmente molto poveri). Per far arrabbiare gli amici fiorentini, la battuta potrebbe essere riformulata nel seguente modo: "Se le riserve della Juventus passassero alla Fiorentina, aumenterebbe la qualità di entrambe le squadre".

Nel libro divulgativo di Stephen Penn 'Dicing with Death' (Penn 2003) l'effetto Will Rogers viene introdotto raccontando la discussione tra un funzionario pubblico e uno statistico, entrambi operanti nel settore della sanità pubblica nel Regno Unito. Il funzionario afferma con soddisfazione che nel suo distretto il tasso di mortalità perinatale [http://it-ii.demopaedia.org/wiki/Tasso_di_mortalità_perinatale] sta diminuendo di anno in anno sia per i parti in ospedale che per i parti a casa. Lo statistico rimane sorpreso perché sa che negli ultimi anni il tasso di mortalità perinatale a livello nazionale è rimasto sostanzialmente invariato. Si tratta forse di un distretto virtuoso? Macché, lo statistico verifica che il tasso globale (cioè senza distinguere tra parti in ospedale e a casa) è stabile anche per quel distretto. Il funzionario ha sbagliato i calcoli? Niente affatto, semplicemente è finito nella trappola dell'effetto Will Rogers! Infatti, la politica sanitaria prevede che i parti ad alto rischio siano effettuati in ospedale e quelli a basso rischio a casa. Tuttavia, vi sono dei casi intermedi (parti a rischio moderato) che in passato venivano effettuati a casa e che nel corso degli anni sono stati dirottati verso gli ospedali. Questa 'migrazione' riduce la rischiosità media di entrambe le tipologie di parto, producendo il paradosso di tassi in diminuzione per ogni tipologia a fronte di un tasso globale invariato.

In biostatistica il fenomeno in questione è noto come effetto *stage migration* poiché si fa riferimento alla 'migrazione' tra gli stadi di una patologia (Feinstein et al. 1985; Sormani et al. 2008). Per fare un esempio numerico, consideriamo una ipotetica popolazione di pazienti classificati per stadio effettivo di una certa malattia (Lieve, Intermedio, Grave). La Tabella 1 riporta le frequenze percentuali e l'aspettativa di vita in anni per ciascuno stadio.

Tabella 1: Aspettativa di vita per stadio effettivo della malattia

<i>Stadio effettivo</i>	<i>Frequenza percentuale</i>	<i>Aspettativa di vita</i>
Lieve	40%	20
Intermedio	10%	10
Grave	50%	5
Tutti	100%	11.5

Immaginiamo di osservare due coorti di pazienti, diciamo la coorte 1990 e la coorte 2000, assumendo che i valori in Tabella 1 siano stabili nel tempo e quindi siano validi per entrambe le coorti. Supponiamo che le tecniche diagnostiche consentano di classificare i pazienti in due soli stadi, che denotiamo con I (forma lieve) e II (forma grave), e che l'evoluzione delle tecniche diagnostiche sia tale per cui:

- in entrambe le coorti, i pazienti in stadio effettivo Lieve sono assegnati allo stadio I e quelli in stadio effettivo Grave allo stadio II;
- i pazienti in stadio effettivo Intermedio sono assegnati allo stadio I nella coorte 1990 e allo stadio II nella coorte 2000.

Sotto queste ipotesi si osservano i dati riportati in Tabella 2, in cui è evidente l'effetto *stage migration*: infatti, nella seconda coorte si registra un aumento dell'aspettativa di vita per entrambi gli stadi, lasciando supporre un miglioramento delle terapie adottate; tuttavia, come si nota nella riga finale, l'aspettativa di vita calcolata su tutti i pazienti (ovvero, ignorando la classificazione) è invariata, per cui non vi è miglioramento.

Tabella 2: Aspettativa di vita per stadio attribuito della malattia e coorte

<i>Stadio attribuito</i>	<i>Coorte 1990</i>		<i>Coorte 2000</i>	
	<i>Frequenza percentuale</i>	<i>Aspettativa di vita</i>	<i>Frequenza percentuale</i>	<i>Aspettativa di vita</i>
I	50%	18	40%	20
II	50%	5	60%	5.83
Tutti	100%	11.5	100%	11.5

Nel nostro esempio il paradosso evidenziato dalla Tabella 2 è dovuto al cambiamento delle tecniche diagnostiche intervenuto tra le due coorti. In effetti, in patologie quali il carcinoma o la sclerosi multipla, l'introduzione di nuove tecniche diagnostiche ha portato ad una revisione dei criteri di classificazione, per cui alcuni pazienti vengono adesso assegnati ad uno stadio di gravità superiore rispetto a quanto avveniva in passato. Il termine *stage migration* indica, appunto, la 'migrazione' di una categoria di pazienti da uno stadio all'altro.

L'effetto Will Rogers o *stage migration* è noto in biostatistica perché costituisce un serio ostacolo all'uso di gruppi di controllo storici. Questo fatto può essere compreso riprendendo l'esempio appena discusso. Supponiamo di voler valutare l'efficacia, in termini di aspettativa di vita, di un nuovo farmaco somministrato ai pazienti in stadio II (forma grave) della coorte 2000. A tal fine sembrerebbe ragionevole effettuare un confronto con i pazienti in stadio II della coorte 1990 (gruppo di controllo storico); tuttavia, il mutamento del criterio di classificazione rende il confronto non equo, tanto che, nel caso di un farmaco completamente inefficace, si osserverebbe un aumento dell'aspettativa di vita da 5 a 5.83 anni.

In termini statistici, l'effetto Will Rogers è una conseguenza della proprietà associativa della media aritmetica. In generale, consideriamo una popolazione ripartita in due gruppi A1 e A2 con medie $m_1 > m_2$ e

proporzioni arbitrarie p_1 e p_2 (per la proprietà associativa, la media generale della popolazione è $m_1 \cdot p_1 + m_2 \cdot p_2$). Indichiamo ora con S un sottoinsieme di unità di A_1 avente una media compresa tra le medie dei due gruppi, ovvero $m_1 > m_S > m_2$. Se il sottoinsieme S ‘migra’ da A_1 a A_2 , allora per la proprietà associativa le medie dei due gruppi aumentano entrambe nonostante la media generale rimanga invariata. L’entità dell’effetto dipende dai valori delle medie e dalle proporzioni dei gruppi iniziali e del sottoinsieme di unità ‘migranti’. Nell’esempio delle Tabelle 1 e 2 la proporzione di ‘migranti’ (pazienti per cui cambia la classificazione) è stata fissata ad un valore modesto (10%) affinché fosse realistica; una proporzione più grande avrebbe prodotto una maggiore differenza nell’aspettativa di vita tra le due coorti.

L’effetto Will Rogers è studiato principalmente in ambito biostatistico, ma può manifestarsi in vari campi applicativi, come testimoniato dagli studi sulla ‘migrazione’ degli assicurati tra tipi di polizza (Young et al. 1999). Ed è verosimile che in alcune analisi statistiche l’effetto Will Rogers sia stato clamorosamente ignorato.

Per saperne di più

- Bickel PJ, Hjammel EA, O'Connell JW (1975) Sex Bias in Graduate Admissions: Data From Berkeley. *Science*, 187: 398–404.
- Feinstein AR, Sosin DM, Wells CK (1985) The Will Rogers phenomenon: stage migration and new diagnostic techniques as a source of misleading statistics for survival in cancer. *New England Journal of Medicine*, 312: 1604–1608.
- Malinas G, Bigelow J (2012) Simpson's Paradox. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2012 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2012/entries/paradox-simpson/>>.
- Penn S (2003) *Dicing with Death: Chance, Risk and Health*. Cambridge University Press.
- Sormani MP, Tintorè M, Rovaris M, Rovira A, Vidal X, Bruzzi P, Filippi M, Montalban X (2008) Will Rogers phenomenon in multiple sclerosis. *Annals of Neurology*, 64(4): 428-433.
- Young MJ, Lenhart J, Wasser TE, Czerwonka C, Davidyock J, Sussman EJ (1999) Evidence for the Will Rogers Phenomenon in Migration of Employees to Managed Care Plans. *Journal of General Internal Medicine*, 14(9): 564–566.

L’autore

Leonardo Grilli (grilli@disia.unifi.it) è Professore Associato di Statistica presso il Dipartimento di Statistica, Informatica, Applicazioni “G. Parenti” dell’Università di Firenze.